

(例3) 次の式を簡単にしなさい。(57パーセント)

簡単にしたい $\sqrt{50} - \frac{4}{\sqrt{2}}$ ← 有理化

(解答)

分母を有理化します。

$$\begin{aligned} \sqrt{50} - \frac{4}{\sqrt{2}} &= \boxed{5}\sqrt{2} - \frac{4 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \quad \text{有理化} \\ &= \boxed{5}\sqrt{2} - \frac{\cancel{4} \times \sqrt{2}}{\boxed{2}} \quad \text{約分} \\ &= \boxed{5}\sqrt{2} - \boxed{2}\sqrt{2} \\ &= \boxed{3\sqrt{2}} \end{aligned}$$

(問3) 次の式を簡単にしなさい。

① $\sqrt{3} + \frac{6}{\sqrt{3}}$
 小数でいい
 分数でいい
 分数
 $= \sqrt{3} + \frac{6}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$
 $= \sqrt{3} + \frac{6\sqrt{3}}{3}$
 $= \sqrt{3} + 2\sqrt{3}$
 $= 3\sqrt{3}$

② $\frac{10}{\sqrt{5}} - \sqrt{45}$
 $= \frac{10 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} - 3\sqrt{5}$
 $= \frac{10\sqrt{5}}{5} - 3\sqrt{5}$
 $= 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = -\sqrt{5}$

$\sqrt{2}(\sqrt{2}+3)$ では、

$$a(a+3) = a^2 + 3a$$

と同様に考えて、展開することができます。

$$\begin{aligned} \sqrt{2}(\sqrt{2}+3) &= (\sqrt{2})^2 + \sqrt{2} \times 3 \\ &= \boxed{2+3\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &a(a+3) \\ &\sqrt{2}(\sqrt{2}+3) \end{aligned}$$

(例1) $\sqrt{\quad}$ をふくむ式の展開 (58パーセント)

$$\begin{aligned} (2\sqrt{3}+5)(\sqrt{3}-1) &= 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} - \cancel{2}\sqrt{3} + \cancel{5}\sqrt{3} - 5 \\ &= 6 + \boxed{3\sqrt{3}} - 5 \\ &= \boxed{1+3\sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{6} \times 2\sqrt{6} &= 2 \times 6 \\ &= 12 \end{aligned}$$

(問1) 次の式を展開しなさい。

(1) $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{3}+2)$
 $= \sqrt{6} + 2\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$

(2) $(\sqrt{6}-2)(2\sqrt{6}+3)$
 $= \sqrt{6} \times 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 4\sqrt{6} - 6$
 $= 6 \times 2 - \sqrt{6} - 6$
 $= 12 - \sqrt{6} - 6$
 $= \boxed{6-\sqrt{6}}$

このままに計算
 できない
 ↓
 変形する
 $\sqrt{50} - \frac{4}{\sqrt{2}}$

$\frac{b}{\sqrt{a}}$ の有理化
 $\frac{b}{\sqrt{a}} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$

$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$ 重要なPoint

⑬⑭
 $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$
 $\sqrt{31} \times \sqrt{31} = 31$
 $-\sqrt{2020} \times (-\sqrt{2020}) = 2020$
 $-\sqrt{5} \times (-\sqrt{5}) = 5$
 $\sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}$
 $\sqrt{0.5} \times \sqrt{0.5} = 0.5$

⑳ 根号をふくむ式の積

$$\begin{aligned} &\sqrt{a}(\sqrt{a}+b) \\ &= a + b\sqrt{a} \end{aligned}$$

(例2) 乗法の公式を使って (58ページ)

$$\begin{aligned}
 (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 &= (\sqrt{2})^2 + 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 \\
 &= 2 + 2\sqrt{6} + 3 \\
 &= 5 + 2\sqrt{6}
 \end{aligned}$$

⑧ 公式を使う

$$\begin{aligned}
 (1) (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1) \\
 &= 2 - 2 \times \sqrt{2} + 1 \\
 &= 2 - 2\sqrt{2} + 1 \\
 &= 3 - 2\sqrt{2} \quad \text{和は } 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) (\sqrt{5}+\sqrt{6})(\sqrt{5}-\sqrt{6}) \\
 &= 5 - 6 \\
 &= -1 \quad \text{和は } -6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-7) \\
 &= 2 - 6 \times \sqrt{2} - 7 \\
 &= 2 - 6\sqrt{2} - 7 \\
 &= -5 - 6\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &2\sqrt{3} \times 5\sqrt{7} \\
 &= 10\sqrt{21} \\
 &\text{整数は整数} \\
 &\sqrt{1} \text{ は } \sqrt{2} \text{ か } \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

(問2) 次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) (\sqrt{2}-1)^2 &= (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1) = 2 - 2\sqrt{2} + 1 = 3 - 2\sqrt{2} \\
 (2) (\sqrt{5}+\sqrt{6})(\sqrt{5}-\sqrt{6}) &= 5 - 6 = -1 \\
 (3) (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-7) &= 2 - 7\sqrt{2} + \sqrt{2} - 7 = -5 - 6\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

(章末問題) (62ページ)

1. 次の(1)~(4)の下線部の誤りをなおして正しなさい。

- (1) 64の平方根は 8 である。 ±8
- (2) $\sqrt{900}$ は ±30 である。 30 (注: $\sqrt{4}=2$ と同じ)
- (3) $\sqrt{(-7)^2}$ は -7 である。 7 (注: $\sqrt{(-7)^2} = \sqrt{49} = 7$)
- (4) $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ は $\sqrt{10}$ である。 $3\sqrt{2}$ (注: $2\sqrt{2} = \sqrt{8}$)

2. 次の大小関係にあてはまる自然数 a を、すべて求めなさい。

- (1) $2 < \sqrt{a} < 3$ (注: $\sqrt{1}$ は 1 より小さい)
 - $\sqrt{4} < \sqrt{a} < \sqrt{9}$ より
 - $a = 5, 6, 7, 8$
- (2) $9 < \sqrt{a} < 9.2$
 - $\sqrt{81} < \sqrt{a} < \sqrt{(9.2)^2}$
 - $\sqrt{81} < \sqrt{a} < \sqrt{84.64}$
 - $a = 82, 83, 84$

3. 次の数を、小さい方から順に書きなさい。

$$\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}, \quad \sqrt{\frac{2}{3}}, \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}, \quad \frac{2-\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$\frac{2}{3} < \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} < \sqrt{\frac{2}{3}} < \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}$

$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$ (②), $\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{6}{9}}$ (③), $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{9}}$ (①), $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}}$ (④)

4. $x = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ のとき、次の式の値を求めなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) xy &= (\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2}) = 3 - 2 = 1 \\
 (2) x^2 - y^2 &= (x+y)(x-y) = (\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{2}) \\
 &= 2\sqrt{3} \times (-2\sqrt{2}) = -4\sqrt{6}
 \end{aligned}$$